

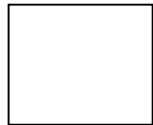
Klasse B12T5

2. Extemporale aus der Mathematik am 25.01.2011

Name: .....

Gegeben ist die Funktion  $f_a : x \mapsto \frac{x^2-1}{2x-a}$  mit  $D_f = D_{\max}$  und  $a \in \mathbb{R}$ .

1. Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge  $D_{\max}$ . Untersuchen Sie, für welche Werte von  $a$  die Funktion  $f_a$  stetig fortsetzbar ist und geben Sie den Funktionsterm dafür möglichst einfach an. [8]
2. Ermitteln Sie die Gleichung der schrägen Asymptote. Geben Sie einen Ansatz an, mit dem sich die Stellen berechnen lassen, ab denen sich schräge Asymptote und  $f_a$  um weniger als 0,01 unterscheiden. [5]
3. Untersuchen Sie, für welche Werte von  $a$  die Funktion  $f_a$  Extrema besitzt. [6]
4. Geben Sie für  $a = 0$  die Gleichung sämtlicher Asymptoten an. Zeichnen Sie die Graphen der Asymptoten und den Graphen der Funktion  $f_0$  in das vorhandene Koordinatensystem. [6]

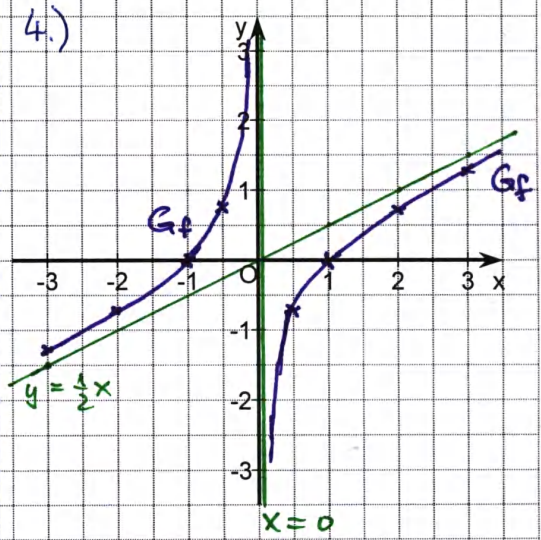


1)  $2x - a = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2} \Rightarrow D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{a}{2} \right\}$

2.5)  $Z\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a^2}{4} - 1 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow a_{1/2} = \pm 2$

2)  $a_1 = 2 : f_2(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{2(x-1)} = \frac{1}{2}(x+1)$

1)  $a_2 = -2 : f_{-2}(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{2(x+1)} = \frac{1}{2}(x-1)$



2)  $\frac{(x^2-1) : (2x-a)}{-(2x-\frac{1}{2}ax)} = \frac{\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}a + \frac{1/4a^2-1}{2x-a}}{\frac{1}{2}ax - 1 - (\frac{1}{2}ax - \frac{1}{4}a^2)} = \frac{\frac{1}{4}a^2-1}{\frac{1}{4}a^2-1}$

Schräge As:  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}a$

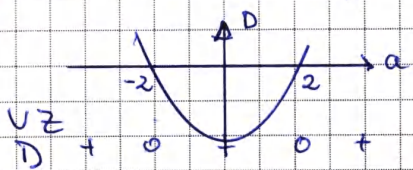
$\frac{1/4a^2-1}{2x-a} < 0,01$  (← Ansatz)

$a = 0$   
 Schräge As.:  $y = \frac{1}{2}x$   
 Senker. As.:  $x = 0$   
 Gf

3)  $f'_a(x) = \frac{(2x-a) \cdot 2x - (x^2-1) \cdot 2}{(2x-a)^2} = \frac{4x^2 - 2ax - 2x^2 + 2}{(2x-a)^2} = \frac{2x^2 - 2ax + 2}{(2x-a)^2}$

$f'_a(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2ax + 2 = 0$   
 $D = 4a^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 4a^2 - 16 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a_{1/2} = \pm 2$



$\Rightarrow D > 0$  für  $|a| > 2$

25...	24	: 15
	23	: 14
	21.5	13
	20.5	12
	19	11
	18	10
	16.5	9
	15.5	8
	14	7
	13	6
	11.5	5
	10.5	4
	8.5	3
	7	2
	5	1